

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету
математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ

серпня 2025 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математичне моделювання з Python

рівень вищої освіти бакалавр

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

освітня програма «Прикладна математика»

спеціалізація

вид дисципліни за вибором

факультет математики і інформатики

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“26” серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Ігнатович Світлана Юріївна, доктор фіз.-мат. наук, доцент, професор ЗВО кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2025 року № 13

Завідувач кафедри прикладної математики

Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від “26” серпня 2025 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Математичне моделювання з Python» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 Прикладна математика.

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам знань та практичних навичок з методів математичного моделювання, а також з практичного використання мови програмування Python для побудови і дослідження математичних моделей.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни: теоретична і практична підготовка з математичного моделювання і проведення комп'ютерних експериментів із застосуванням бібліотек наукових обчислень Python.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин* 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

** у разі формування малочисельних груп обсяг аудиторного навчального навантаження, відведеного на вивчення навчальної дисципліни, зменшується відповідно до Положення про планування й звітування науково-педагогічних працівників Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.*

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна.

Інтегральна та загальні компетентності:

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК09. Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань/видів економічної діяльності).

ЗК10. Навички у використанні інформаційних і комунікаційних технологій.

Фахові компетентності:

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК18. Здатність оцінити рівень математичного обґрунтування методів, які застосовуються для розв'язання конкретних прикладних задач.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна.

РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдності, а також якісних властивостей їх розв'язків.

РН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.

1.8. Пререквізити: ОК11 Диференціальні рівняння.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Розділ 1. Задачі моделювання процесів, пов'язаних із випадковістю

Тема 1. Перколяція

Формулювання задачі про перколяцію на квадратній решітці. Візуалізація. Проведення комп'ютерного експерименту для знаходження порогу перколяції.

Тема 2. Випадкові блукання

Одновимірні випадкові блукання. Моделювання задачі про розорення гравця, задачі про балотування. Проведення комп'ютерного експерименту для дослідження тривалості лідерства. Візуалізація.

Розділ 2. Математичні моделі, які описуються звичайними диференціальними рівняннями

Тема 3. Одновимірні і двовимірні неперервні моделі

Задачі, що приводять до одновимірних і двовимірних моделей: динаміка популяцій, коливання маятника.

Тема 4. Якісна поведінка: нерухомі точки, граничні цикли, біфуркації
 Фазові портрети. Фазові портрети лінійних двовимірних систем. Фазові портрети нелінійних систем в околі точок спокою. Нелінійні моделі. Біфуркації. Граничні цикли. Атрактор Лоренца: хаотична поведінка.

Розділ 3. Математичні моделі, які описуються різницевиими рівняннями

Тема 5. Дискретні моделі і хаос

Різницеві рівняння і хаотична поведінка. Біфуркації. Візуалізація хаосу: павутинні діаграми. Біфуркаційна діаграма. Відображення подвоєння кута, його властивості (хаотичність) і зв'язок з логістичним відображенням.

Тема 6. Фрактали

Фрактали, їх властивості і візуалізація. Функції комплексної змінної і фрактали: множина Мандельброта, множина Жюліа. Фрактали Ляпунова. Басейни Ньютона.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин (денна форма)					
	Усього	л	п	лаб	інд	ср
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
Розділ 1. Задачі моделювання процесів, пов'язаних із випадковістю						
<i>Тема 1. Перколяція</i>	14	4	4			8
<i>Тема 2. Випадкові блукання</i>	14	4	4			8
Разом за розділом 1	32	8	8			16
Розділ 2. Математичні моделі, які описуються звичайними диференціальними рівняннями						
<i>Тема 3. Одновимірні і двовимірні неперервні моделі</i>	24	6	6			12
<i>Тема 4. Якісна поведінка: нерухомі точки, граничні цикли, біфуркації</i>	26	8	6			12
<i>Контрольна робота</i>	2		2			
Разом за розділом 2	52	14	14			24
Розділ 3. Математичні моделі, які описуються різницевиими рівняннями						
<i>Тема 5. Дискретні моделі і хаос</i>	18	5	5			8
<i>Тема 6. Фрактали</i>	18	5	5			8
Разом за розділом 3	36	10	10			16
Усього годин	120	32	32			56

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Візуалізація перколяції та проведення комп'ютерного експерименту. Дослідження порогу перколяції	4

2	Візуалізація випадкових блукань: побудова графіків. Проведення комп'ютерних експериментів щодо тривалості лідерства	4
3	Одновимірні моделі, що приводять до диференціальних рівнянь, логістичне рівняння. Побудова інтегральних кривих	2
4	Модель Лотки-Вольтерра, побудова фазового портрету	2
5	Коливання маятника, фазовий портрет.	2
6	Фазові портрети лінійних двовимірних систем	2
7	Фазові портрети нелінійних двовимірних систем. Лінеаризація. Біфуркації	2
8	Граничні цикли, приклади. Анімація	2
9	<i>Контрольна робота</i>	2
10	Одновимірне різницеve рівняння: павутинна діаграма, цикли, виникнення хаосу.	4
11	Квадратичне відображення комплексної змінної. Множина Мандельброта, множина Жюліа	4
12	Басейни Ньютона	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань з тем розділу 1	16
2	Виконання домашніх завдань з тем розділу 2	24
3	Виконання домашніх завдань з тем розділу 3	16
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачено.

7. Методи навчання.

При викладенні теоретичного матеріалу використовується пояснювально-ілюстративний метод і метод проблемного викладення. На практичних заняттях при створенні комп'ютерних програм і проведенні комп'ютерних експериментів використовуються частково-пошуковий і дослідницький методи навчання.

8. Методи контролю.

1. Поточне опитування
2. Перевірка виконання домашніх завдань
3. Перевірка контрольної роботи
4. Перевірка залікової роботи

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Залікова робота	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Контрольна робота	Разом		
12	18	15	15	60	40	100

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен

набрати під час поточного контролю і самостійної роботи для допуску до складання підсумкового контролю (заліку), не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень:

За кожне практичне заняття (активна робота на занятті та виконання домашнього завдання) можна отримати 3 бали. Оцінка за поточний контроль формується як сума оцінок за всі заняття. Якщо заняття пропущене, домашнє завдання має бути виконане.

Контрольна робота складається з двох задач:

а) намалювати фазові портрети двох двовимірних систем, які містять параметр; знайти біфуркаційні значення параметра і дослідити, як змінюється фазовий портрет при переході параметра через ці значення;

б) намалювати фазовий портрет двовимірної системи, поданої в полярних координатах; дослідити систему на існування граничного циклу.

Для побудови фазових портретів слід використати Python (бібліотеки NumPy, SciPy та Matplotlib). До рисунків слід обов'язково додати детальні пояснення.

Перша задача оцінюється у 8 балів, друга – у 7 балів.

Якщо пояснення відсутні, але фазові портрети побудовані, за задачу виставляється не більше 4 балів.

Якщо фазові портрети не побудовані, але наявні пояснення, як вони мають виглядати, за задачу виставляється не більше 5 балів.

Несуттєві неточності не впливають на оцінку.

Залікова робота включає два теоретичних питання зі списку, що надається студентам заздалегідь. До кожного питання слід навести приклади і пояснення, а також відповідну програму на Python. За кожне з двох питань виставляється оцінка 0-20 балів з урахуванням правильності і повноти відповіді.

Критерії оцінювання:

- Надане повне пояснення щодо питання, наведені приклади – 20 балів.
- Пояснення часткові, відповідь містить одну-дві несуттєві помилки – 15-19 балів.
- Відповідь містить суттєві помилки, але є частково правильною – 9-14 балів.
- Наведені лише приклади або окремі міркування – 5-8 балів.
- Роботу лише розпочато – 1-4 бали.
- У разі виявлення академічної недоброчесності в роботі (списування) бал знижується; якщо робота списана, то виставляється 0 балів.
- Якщо до завдання не наведено програму, від оцінки віднімається 5 балів.

Вимоги до програми на Python: програма обов'язково має містити коментарі або пояснення мають бути додані до тексту програми.

Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10.Рекомендована література

Основна література

1. А.О. Пашко. Статистичне моделювання випадкових величин, векторів та процесів : конспект лекцій. – Київ, 2025. – 85 с.
https://csc.knu.ua/media/filer_public/ad/2d/ad2dd116-96a0-4018-9d15-399b502bf21a/modeliuvannia_konspekt_lektsii.pdf
2. Математичне моделювання динамічних систем і процесів: Інструктивно-методичні

матеріали для самостійної роботи. Укл.: Т.Коломієць, В.Михайленко, А.Погоруй, С.Постова, А.Франовський. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2024. – 60 с.

<https://eprints.zu.edu.ua/41467/1/1.pdf>

3. В. В. Пічкур, О. В. Капустян, В. В. Собчук. Теорія динамічних систем : навчальний посібник. – Луцьк : Вежа-Друк, 2020. – 348 с.
https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2023/01/teoriia_dynamichnykh_system_kapustianov_pichkurvv_sobchukvkv.pdf
4. В. Т. Грінченко, В. Т. Маципура, А. О. Снарський. Крок до таємниць нелінійного світу: хаос і фрактали : навчальний посібник. – Київ : ВПЦ "Київський університет". – 2024. – 414 с.
<https://ir.library.knu.ua/entities/publication/4dca6f86-b18b-4ebd-a747-cadc35520ed9>
5. О. Мізюк. Путівник мовою програмування Python : електронний підручник
<https://pythonguide.rozh2sch.org.ua/>

Допоміжна література

1. Костецька В.В., Кізілова Н.М. Математичне моделювання динаміки пандемії COVID-19 // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – Вип. 48. – 2020. – с. 65-71.
<https://periodicals.karazin.ua/mia/article/view/17031>
2. K.M. Bliss, K.R. Fowler, B.J. Galuzzo. Math modeling: getting started and getting solutions. – SIAM, 2014. – 72 p.
<https://m3challenge.siam.org/wp-content/uploads/siam-guidebook-final-press.pdf>
3. J. E. Steif. A mini course on percolation theory.
<https://www.math.chalmers.se/~steif/perc.pdf>
4. D. Kaplan, L. Glass. Understanding nonlinear dynamics. – Springer, 1995. – 438 с.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. SciPy Lecture Notes, 2017 [Електронний ресурс] – Режим доступу:
<https://scipy-lectures.org/>
2. The Python Tutorial [Електронний ресурс] – Режим доступу:
<https://docs.python.org/3/tutorial/index.html>
3. www.python.org
4. <http://www.pythontutor.com>